Effiziente, robuste und genaue Löser für die linearen Gleichungssysteme resultierend aus den mechanistischen Modellen zur Simulation zeitabhängiger zweiphasen Wasser-Dampf-Strömungen

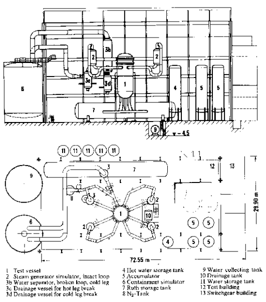
Gesellschaft für Anlagen- und Reaktorsicherheit mbH und Lehrstuhl für Informatik V TU-München

Ziel des Vorhabens

Die Forschunskooperation des Lehrstuhls für Informatik V (TU München) mit dem Dienstleistungsunternehmen GRS zielt auf die Anwendung mathematischer Grundlagen (hier Löser für lineare Gleichungssysteme), die mit der Lösung von Aufgabenstellungen einer technisch wissenschaftlichen Expertenorganisation zusammenhängen. Die für das ausgewählte Praxisproblem notwendigen mathematischen Lösungsverfahren sind repräsentativ für alle technischen Fragestellungen, bei denen Zweiphasenströmungen in ihrer allgemeinsten Form eine Rolle spielen und besitzen daher einen hohen Verallgemeinerungswert.

Praxisproblem

Die numerische, realitätsnahe Simulation der dynamischen Vorgänge in den Kühlkreisläufen moderner Kernkraftwerke erfordert die Entwicklung mehrdimensionaler Modelle für Zweiphasenströmungen. Für die Validierung dieser Modelle stehen Meßdaten aus der Großversuchsanlage UPTF (Upper Plenum Test Facility) zur Verfügung, die einen Druckwasserreaktor im Maßstab $1:1$ simuliert.



Die Darstellung umfasst das obere Plenum, den Ringraum, vier Kühlschleifen und Teile des Kerns. Das Kernverhalten wird simuliert durch Dampf- und/oder Wassereinspeisung. Die Pumpen und Dampferzeuger in den Kühlschleifen werden durch Simulatoren dargestellt. Lecks verschiedener Größe können im kalten und heißen Strang einer Kühlschleife simuliert werden. Der maximale Systemdruck im Kernsimulator beträgt $2MPa$, die Dampfeinspeisung kann bis zu $400kg/s$ erreichen und die Wassereinspeisung bis zu $1500kg/s$.

Mathematische Problemstellung

Nach Diskretisierung des Systems gekoppelter Transportgleichungen für die betrachteten Größen (Geschwindigkeit, Temperatur, Druck, ...)

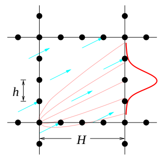
- räumlich durch Finite Differenzen auf einem zweidimensionalen Berechnungsgebiet und
- zeitlich durch ein implizites Diskretisierungsverfahren

ergibt sich in jedem Zeitschritt ein großes lineares Gleichungssystem.

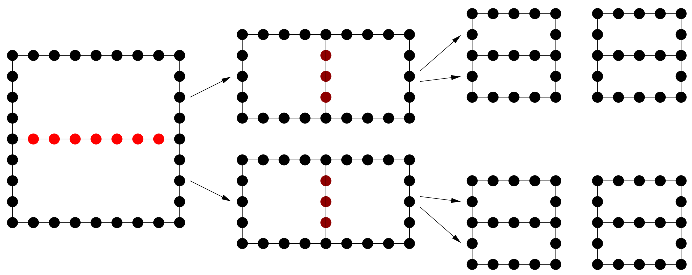
Für diese Gleichungssysteme sind effiziente Lösungsverfahren gesucht. Die Anzahl der Unbekannten legt den Einsatz iterativer Löser nahe, andererseits kommen z.B. klassische Mehrgitterverfahren bei diesen konvektionsdominierten Problemen mit stark variierenden Koeffizienten nicht in Frage.
Algebraische Mehrgitterverfahren (AMG) lassen deutlich bessere Konvergenzraten erhoffen, aber um den Preis hoher Kosten insbesondere in der Setup-Phase.

Lösungsansatz

Im Rahmen des SFB342 wurden am Lehrstuhl für Informatik V AMG-Verfahren für konvektionsdominierte Strömungen entwickelt, die die Kosten für die Setup-Phase verringern, indem problemangepasste, aber a proiri gewählte Grobgitter verwendet werden.



Die Implementierung der AMG basiert auf der Nested Dissection.



Bei diesem Verfahren findet keine komplette Gauß-Elimination statt, die die Kosten des Verfahrens in die Höhe treiben würde, sondern nur noch eine partielle Elimination a priori ausgewählter Kopplungen verbunden mit einer Basistransformation auf hierarchische Basen und Erzeugendensysteme.
Für Konvektions-Diffusionsgleichungen konnten mit diesem Verfahren gute Konvergenzraten bei optimaler Komplexität erzielt werden, sofern auf dem feinsten verwendeten Gitter der diskrete Diffusionsoperator dominant ist gegenüber dem diskreten Konvektionsoperator.

http://www5.in.tum.de/forschung/bmbf2.html

Die zusätzlich auftretenden Schwierigkeiten bei dem hier behandelten Praxisproblem (extrem starke Konvektion, System gekoppelter Transportgleichungen), erfordern einen geeigneten Rahmen, um angepasste Komponenten (Wahl des Grobgitters, Wahl der eliminierten bzw. transformierten Größen, spezielle Glätter) zu entwickeln.

Das diesem Bericht zugrundeliegende Vorhaben wurde mit Mitteln des Bundesministerium für Forschung und Technologie unter dem Förderkennzeichen 03ZEM1M1 gefördert. Die Verantwortung für den Inhalt dieser Veröffentlichung liegt beim Autor.