

Masterpraktikum Scientific Computing (High Performance Computing) Projektaufgabe: Akustiksimulation

Zur Übung am 22.12.2007

Projektaufgabe „Akustiksimulation“ (10 Punkte)

Entwerfen und implementieren Sie ein paralleles Programm, das die Ausbreitung von akustischen Wellen in einem quaderförmigen Raum simuliert!

Die Gleichung

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = c^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial x_3^2} \right) \quad (1)$$

beschreibt die Ausbreitung akustischer Wellen in einem Raum Ω in dem sich Medien mit unterschiedlicher Dichte und ähnlichen elastischen Eigenschaften befinden. Dabei beschreibt c die Schallgeschwindigkeit im Medium, p den Druck am Ort \vec{x} und t die Zeit, wobei Medien mit hoher Dichte durch eine hohe Schallgeschwindigkeit charakterisiert sind.



Unterteilen Sie den Raum Ω entlang seiner kartesischen Raumkoordinaten in einzelne Segmente gleicher Länge, sodass der diskrete drei-dimensionale Raum $\hat{\Omega}$ durch ein Gitter, das aus Würfeln aufgebaut ist, beschrieben wird. Ersetzen Sie in diesem diskreten Raum die Differentialquotienten aus (1) durch Differenzenquotienten. Verwenden Sie dabei für die Ortsableitungen die Methode von Kelley [1], in dem Sie die Terme der Form

$$c^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x_l^2}$$

durch

$$\frac{c^2(p_{[i+1]} - 2p_{[i]} + p_{[i-1]})}{(\Delta x)^2}, \quad (2a)$$

(2b)

ersetzen. Dabei beschreibt l die Raumrichtung in der kontinuierlichen Formulierung, i die Nummer eines Gitterpunkts in dieser Richtung auf dem Gitter und Δx den Abstand zweier benachbarter Gitterpunkte. Verwenden Sie für die Ableitung in der Zeit die Differenzenformel

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{p^{(n+1)} - 2p^{(n)} + p^{(n-1)}}{(\Delta t)^2}, \quad (3)$$

wobei n den diskreten Zeitschritt und Δt dessen Länge beschreibt. Formulieren Sie die resultierende Differenzengleichung um, sodass Sie den Druck in jedem Gitterpunkt $[i, j, k]$ zum neuen Zeitpunkt $p_{[i,j,k]}^{(n+1)}$ explizit aus dem aktuellen Druckfeld $p_{[i,j,k]}^{(n)}$ und dem „vergangenen“ Druckfeld $p_{[i,j,k]}^{(n-1)}$ berechnen können. Am Rand $\hat{\partial}$ des Gebietes $\hat{\Omega}$ setzen Sie an allen Gitterpunkten den Wert des Drucks zu Null. Zu Beginn der Simulation initialisieren Sie alle Drücke mit Null.

- Implementieren Sie zuerst ein serielles Programm zur Simulation akustischer Wellen, wie oben beschrieben.
- Schaffen Sie die Möglichkeit an frei wählbaren Punkten Quellterme aufzubringen, indem an diesen Gitterpunkten abhängig von der Zeit ein zusätzlicher Druck addiert werden kann. Diese Werte beschreiben dann z. B. eine oder mehrere Sinus-Periode(n), das sog. Fuchs-Müller-Signal, das durch

$$p(t) = \sin\left(N \frac{\pi t}{\gamma}\right) - \frac{N}{N+2} \sin\left((N+2) \frac{\pi t}{\gamma}\right) \quad (4)$$

gegeben ist oder ein anderes Signal. Beim Fuchs-Müller-Signal sind die Parameter γ und N frei wählbar.

- Verifizieren Sie ihr Programm in dem Sie punktförmige Schallquellen im Simulationsgebiet installieren. Simulieren Sie dabei die Ausbreitung der entstehenden Wellen.

- Parallelisieren Sie Ihr Programm mit `OpenMP`.
- Parallelisieren Sie Ihr Programm auch mit `MPI`. Teilen Sie dafür Ihr Gebiet in (möglichst quadratische) Blöcke auf.
- Untersuchen Sie für die `OpenMP`-, `MPI`-Parallelisierung jeweils weak- und strong-scaling. Verwenden Sie für die Messungen das Batch-System des LRZ-Linux-Clusters (siehe <http://www.lrz-muenchen.de/services/compute/linux-cluster/batch/index.html>).
- Geben Sie die Druckwerte und die Schallgeschwindigkeiten für jedes Gebiet in einer separaten Datei im `vtk`-Format [3] aus. Visualisieren Sie ihre Ergebnisse mit dem Programm `Paraview` [2].

Parametrisieren Sie Ihr Programm dabei so, dass Druck und Schallwerte nach jeweils einer beliebigen Anzahl Zeitschritte in eine Datei geschrieben werden können.

- **Optional:** Implementieren Sie das Programm mit `CUDA`, unter Benutzung mehrerer Graphikkarten und messen sie den erreichten Speedup.

Literatur

- [1] K. R. Kelly and R. W. Ward and S. Treitel and R. M. Alford: Synthetic Seismograms: A Finite-Differences Approach *Geophysics* **41**(1) (1976) 2–27
- [2] Kitware Inc.: Parallel Visualisation Application Online: <http://www.paraview.org>
- [3] Kitware Inc.: Visualisation Toolkit Online: <http://www.vtk.org> Dokumentation des Dateiformats: <http://www.vtk.org/VTK/img/file-formats.pdf>

Viel Spaß beim Bearbeiten!

Die Abgabe ist bis 02.02.2007, 9.00 Uhr möglich.