

## Algorithmen des Wissenschaftlichen Rechnens II

### Übungsblatt 4 – Hierarchische Basis

Mit diesem Übungsblatt sollen wir uns an die hierarchischen Ansatzfunktionen aus AWR I erinnern. Dazu bietet es sich an, dünne Gitter für eine einfache Anwendung zu implementieren: die stückweise  $d$ -lineare Interpolation einer Funktion  $u(x_1, \dots, x_d)$  auf dem Intervall  $[0, 1]^d$  mit Randwerten null. Als „Entwicklungsumgebung“ bietet sich Maple geradezu an, da sich einfach bunte Bilder erzeugen lassen, die sinnvollerweise auch überall erzeugt werden sollten, wo immer dies möglich ist. . .

Auf der WWW-Seite der Vorlesung finden Sie ein Maple-Worksheet mit Funktionen zum Erzeugen von Hut-Ansatzfunktionen  $\phi_{l,i}$  ( $d = 1$ ) und  $\phi_{\mathbf{l},\mathbf{i}}$  ( $d \geq 1$ ). Erweitern Sie dieses Worksheet um die folgenden Funktionen, zuerst für  $d = 1$ , dann für  $d = 2$  (allgemeines  $d$  ist nicht wesentlich komplizierter, aber schlecht zum Malen und mit unserem ineffizienten Maple-Programm können wir sowieso keine großen Gitter verwenden).

- Erzeugen Sie eine Liste mit Level-Indexpaaren für die hierarchische Basis von  $V_n$  ( $d = 1$ ) und  $V_n^1$  ( $d = 2$ ). (Ein Level-Index-Paar ist  $[l, i]$  für  $\phi_{l,i}$  bzw.  $[[l_1, l_2], [i_1, i_2]]$  für  $\phi_{(l_1, l_2), (i_1, i_2)}$ .) Zeichnen Sie die zugehörigen Basisfunktionen!
- Schreiben Sie nun eine Funktion, die zu gegebenem  $u$ ,  $l$  und  $i$  ( $\mathbf{l}$  und  $\mathbf{i}$ ) den hierarchischen Überschuss  $v_{l,i}$  (bzw.  $v_{\mathbf{l},\mathbf{i}}$ ) berechnet. Für  $d = 1$  soll das auf zwei Arten passieren: einmal mit der Differenzenformel (Folie 10) und einmal mit der Integraldarstellung (Folie 15). Für  $d = 2$  bin ich mit einer Differenzenformel zufrieden (prinzipiell könnte man natürlich auch integrieren, ich schaffe das mit Maple aber nicht mehr – vielleicht stellen Sie sich ja geschickter an?)
- Bauen Sie aus den Überschüssen die hierarchischen Inkremente  $w_{l,i}$  (bzw.  $w_{\mathbf{l},\mathbf{i}}$ ) zusammen und zeichnen Sie sie. Was sind geeignete Beispielfunktionen?