

WS 2014/15

# Diskrete Strukturen

## Kapitel 1: Einleitung

Hans-Joachim Bungartz

Lehrstuhl für wissenschaftliches Rechnen

Fakultät für Informatik

Technische Universität München

[http://www5.in.tum.de/wiki/index.php/Diskrete Strukturen - Winter 14](http://www5.in.tum.de/wiki/index.php/Diskrete_Strukturen_-_Winter_14)

- Was sind **Diskrete Strukturen**?
  - Der physikalische Raum und die physikalische Zeit sind **kontinuierlich**. Jeder erdenkliche Wert in Raum und Zeit kann angenommen werden.
  - Dasselbe gilt für physikalische Größen wie Geschwindigkeit, Energie, oder elektrische Ladung. Ihre Werte ändern sich auch kontinuierlich, mindestens im makroskopischen Bereich („keine Sprünge“).



- Was sind **Diskrete Strukturen**?
  - Die **Analysis** (**Integral-** und **Differentialrechnung**) ist der Teil der Mathematik, der sich mit kontinuierlichen Mengen und Größen beschäftigt.
  - Die Analysis bildet traditionell die Basis der mathematischen Ausbildung von Naturwissenschaftlern und Ingenieuren.



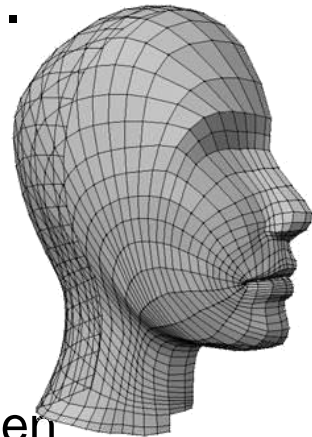
- Was sind **Diskrete Strukturen**?
  - Die Informatik behandelt jedoch meistens **diskrete Mengen und Größen**.
    - Das Web besteht aus einer großen, aber diskreten Menge von verlinkten Web-Sites. Wenn es einen Link von A nach B gibt, bedeutet das nicht, dass es ein C geben muss mit Links von A nach C und von C nach B.
    - Schaltkreise bestehen aus logischen Gattern, die miteinander verbunden sind. Zwischen zwei „benachbarten“ Gattern existiert kein weiteres Gatter.
    - Rechenzeit, Speicherplatz, Übertragungsraten sind **diskrete Größen** (Einheiten: Rechenzyklus, Bit).



- Was sind **Diskrete Strukturen**?
  - Die **diskrete Mathematik** ist der Teil der Mathematik, der sich mit der Beschreibung und Analyse diskreter Mengen beschäftigt.
  - Sie spielt in der Informatik eine viel größere Rolle als in der Physik oder in der Elektrotechnik.
  - Diese Vorlesung dient der Ausbildung von Informatikern und Informatikerinnen.



- Was sind **Diskrete Strukturen**?
  - **Diskrete Strukturen** sind mathematische Strukturen zur **Repräsentation** von diskreten Systemen.
  - Beispiele:
    - **Graphen**:
      - Eine Menge von Knoten und verbindenden Kanten.
    - **Relationen**:
      - Eine Menge von geordneten Paaren, die Beziehungen repräsentieren.
    - **Transitionssysteme (Verhaltensmodelle)**:
      - Eine Menge von Zuständen, Zustandsübergängen und Aktionen.



- Diskrete Strukturen werden zur **Beschreibung** und zur **Analyse** von **informatischen Systemen** verwendet:
  - Netzwerke werden als Graphen,
  - Datenströme als Sequenzen,
  - Datenbanken als Relationen, oder
  - Datenbankabfragen als Formeln modelliert.



- Einige Bereiche der diskreten Mathematik:
  - Die **Logik** untersucht die Korrektheit von Argumenten hinsichtlich ihrer Struktur.
  - In der Informatik ist die Logik ein wichtiges Werkzeug für die **Modellierung** und **Herleitung** von Wissen.
  - Typische Probleme:
    - Ein Sudoku lösen.
    - Äquivalenz von Schaltkreisentwürfen prüfen.
    - Planungsprobleme lösen.
    - Eine Datenbankabfrage stellen und evaluieren.

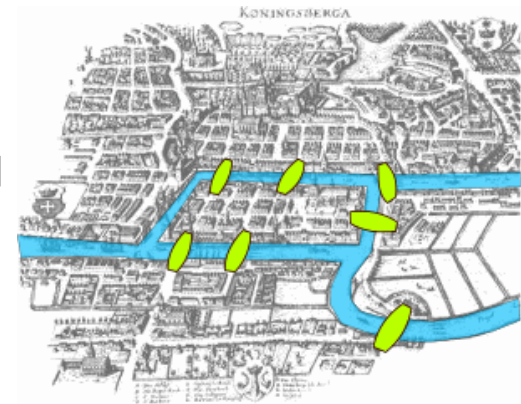




- Einige Bereiche der diskreten Mathematik:
  - Die **Kombinatorik** beschäftigt sich mit der Bestimmung der Zahl möglicher Anordnungen von Objekten.
  - Typische Probleme:
    - Wie viele **Möglichkeiten** gibt es, aus einer Menge mit  $n$  Elementen  $k$  Elemente zu ziehen, wobei die Reihenfolge der Elemente keine Rolle spielt?
    - Wie groß ist die **Wahrscheinlichkeit**, beim Lotto 6 aus 49 zu gewinnen? Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Download über eine Minute dauert?
    - Wie viele verschiedene Graphen gibt es mit genau  $n$  Knoten?
    - Für welche Eingaben braucht das Programm weniger als eine Sekunde Rechenzeit?



- Einige Bereiche der diskreten Mathematik:
  - Die **Graphentheorie** ist ein Teilgebiet der Mathematik, das die Eigenschaften von Graphen (bestehend aus Knoten und Kanten) und ihre Beziehungen zueinander untersucht.
  - Typische Probleme:
    - Was ist der **kürzeste Weg** zwischen zwei Städten bei Verwendung eines bestimmten Transportsystems?
    - **Königsberger Brückenproblem**: Gibt es einen Rundweg, bei dem man alle sieben Brücken der Stadt über den Pregel genau einmal überquert und wieder zum Ausgangspunkt gelangt?



- Einige Bereiche der diskreten Mathematik:
  - Das Kernproblem der **Algorithmik** ist, zu jeder Problemstellung einen möglichst guten Algorithmus zu finden.
    - Unter einem **Algorithmus** versteht man allgemein eine genau definierte, endliche Handlungsvorschrift zur Lösung eines Problems ([Einführung in die Informatik](#)).
  - Typische Probleme:
    - Gib einen Algorithmus an, der eine Zahlensequenz der Länge  $n$  in höchstens  $30 n \log n$  Rechenschritten aufsteigend sortiert.
    - Zeige, dass jeder vergleichsbasierte Algorithmus, der eine Sequenz sortiert, mindestens  $n \log n$  Vergleiche braucht.
    - Zeige, dass Algorithmus X seine **Spezifikation** erfüllt.



- Der Zweck dieser Vorlesung ist der Erwerb der Grundlagen
  - beim Umgang mit **logischen und algebraischen Kalkülen**,
  - beim **Lösen kombinatorischer Problemstellungen**,
  - bei der quantitativen Betrachtung der **Effizienz von Lösungsmethoden und Algorithmen**.



- Übersicht:
  - Mathematische und notationelle Grundlagen
    - Mengen
    - Relationen und Abbildungen
    - Wachstum von Funktionen
    - Aussagen- und Prädikatenlogik
    - Beweismethoden



- Übersicht:
  - Mathematische und notationelle Grundlagen
    - Mengen
    - Relationen und Abbildungen
    - Wachstum von Funktionen
    - Aussagen- und Prädikatenlogik
    - Beweismethoden
  - Kombinatorik
    - Kombinatorische Beweisprinzipien
    - Ziehen von Elementen aus einer Menge
    - Fundamentale Zählkoeffizienten
    - Bälle und Urnen



- Übersicht:
  - Graphentheorie
    - Grundlagen
    - Eigenschaften
    - Algorithmen



- Übersicht:
  - Graphentheorie
    - Grundlagen
    - Eigenschaften
    - Algorithmen
  - Zahlentheorie
    - Modulare Arithmetik
  - Algebraische Kalküle
    - Grundlagen
    - Gruppen
    - Endliche Körper

