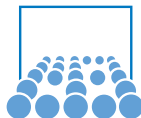


Numerisches Programmieren 2012

Christoph Riesinger, Alexander Breuer, Jürgen Bräckle, Markus Kowarschik
20. Juli 2012



Topics

Maschinenzahlen

Interpolation

Numerische Integration

Lineare Gleichungssysteme

Iterative Verfahren

Gewöhnliche Differentialgleichungen

Maschinenzahlen

Fließkommazahlen

$$\mathbb{F}_{B,t} := \left\{ M \cdot B^E : M = 0 \text{ or } B^{t-1} \leq |M| < B^t; M, E \in \mathbb{Z} \right\}$$

- M : Mantisse
- E : Exponent
- B : Basis (binär, oktal, dezimal, hexadezimal)
- t : Anzahl der Digitalstellen

weitere Aspekte

- Rundungsfehler (relativ/absolut)
- Rechnen mit Maschinenzahlen
- Kondition & Stabilität

Interpolation

Begriffe

- Stützstellen
- Stützwerte
- Stützpunkte

1. Möglichkeit der Unterteilung

- **Lagrange Interpolation**
Jeder Stützstelle x_i ist nur eine Information, der Stützwert y_i zugeordnet.
- **Hermite Interpolation**
Jeder Stützstelle x_i sind mehrere Informationen wie Stützwert y_i , Steigung y_i' und/oder Krümmung y_i'' zugeordnet.

Interpolation (fort.)

2. Möglichkeit der Unterteilung

Art der Interpolation	Beispiele
Polynominterpolation	Lagrange-Polynom Aitken-Neville dividierte Differenzen/Newton
Polynomsplines	Polygonzug quadratische Splines kubische Splines
trigonometrische Interpolation	diskrete Fouriertransformation schnelle Fouriertransformation

Wissenswertes

- $n + 1$ Stützstellen definieren eindeutig ein Polynom vom Grad n
- Für Polynominterpolation spielt die Reihenfolge der Stützstellen *keine* Rolle

Numerische Integration

Grundprinzip

- Zu integrierende, analytische Funktion mit anderer, sehr einfach zu integrierender Funktion approximieren
- Einfach zu integrierende Funktion exakt integrieren

Restglied Trapezsumme

$$R_{\text{TS}}(f; h) = h^2 \cdot (b - a) \cdot \frac{f^{(2)}(\xi)}{12}$$

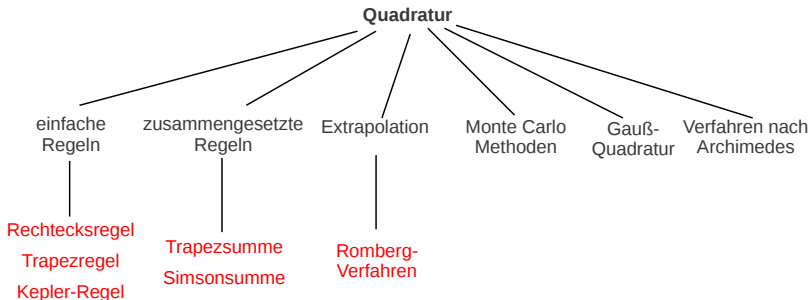
Restglied Simpsonsumme

$$R_{\text{SS}}(f; h) = h^4 \cdot (b - a) \cdot \frac{f^{(4)}(\xi)}{180}$$

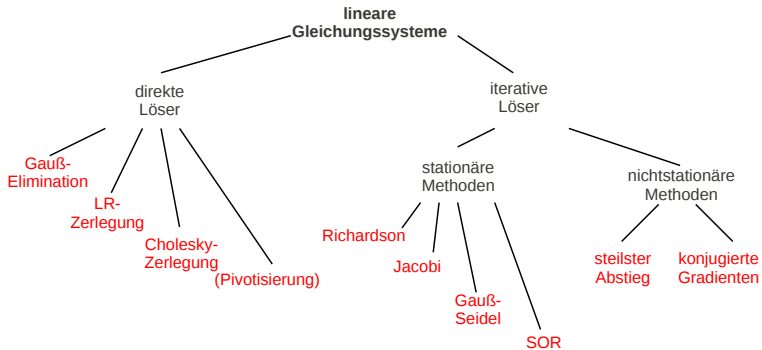
Restglied Gaußquadratur

$$R_{\text{GQ}}(f; h) = \frac{(b - a)^{2n+1} (n!)^4}{(2n + 1) ((2n)!)^3} f^{(2n)}(\xi)$$

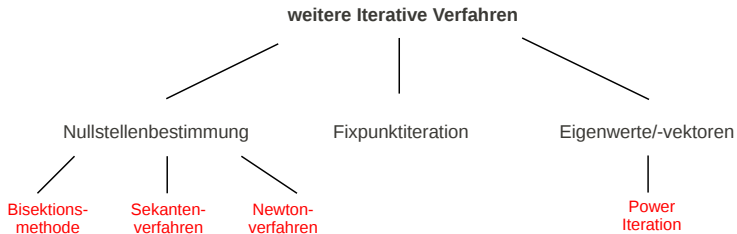
Numerische Integration (fort.)



Lineare Gleichungssysteme



Weitere Iterative Verfahren



Gewöhnliche Differentialgleichungen

Was sind Differentialgleichungen?

Eine Differentialgleichung ist eine mathematische Gleichung für eine gesuchte Funktion, die von einer oder mehreren Variablen abhängt und in den Ableitungen der Funktion enthalten sind.

Randbedingungen für Differentialgleichungen

- Anfangswertprobleme (AWP)
- Randwertprobleme (RWP)

Begriffe

- lokaler/globaler Diskretisierungsfehler
- Konsistenz/Konvergenz
- Steifheit

Gewöhnliche Differentialgleichungen (fort.)

