

## Modellbildung und Simulation

### Übungsblatt 1: Kind mit Ente

Zur Übung am 23.04.2008

In der ersten Aufgabe führen wir gleich die erste Modellbildung und Simulation durch. Wir betrachten hierzu ein Kind, das seine an einem Stecken mit Länge  $l$  befestigte Spielzeugente hinter sich herzieht (bzw. vor sich herschiebt) — die Geschwindigkeit des Kindes ist gegeben, gesucht ist die Bahn der Ente (als buntes Bild, z.B. mit Maple berechnet und gezeichnet). Die Wege der beiden können ja recht verschieden sein, z.B. wenn das Kind auf einem Kreis mit der Steckenlänge  $l$  als Radius um die Ente herumläuft.

Wir modellieren beide jeweils als Punkt in der Ebene mit zeitabhängiger Position:  $(x(t), y(t))^T$  für das Kind,  $(X(t), Y(t))^T$  für die Ente, wobei der Abstand zwischen beiden genau der Länge des Steckens  $l$  entspricht.

Des Weiteren nehmen wir für die Kopplung der beiden an, dass sich die Geschwindigkeit (ein Vektor!) der Ente ergibt, indem man den Geschwindigkeitsvektor  $(u(t), v(t))^T$  des Kindes auf den Stecken, d.h. auf den Vektor

$$d(t) := \begin{pmatrix} X(t) - x(t) \\ Y(t) - y(t) \end{pmatrix}$$

projiziert.

Als Beispiel wählen wir die Geschwindigkeit des Kindes in  $x$ -Richtung  $u(t) := -5 \sin(t)$  und in  $y$ -Richtung  $v(t) := 5 \cos(t)$ , als Anfangswerte  $(x(0), y(0))^T = (5, 0)^T$  und  $(X(0), Y(0))^T = (10, 0)^T$  und somit  $l = 5$ .

1. Wie sieht die Bahn des Kindes aus? Das geht im Kopf, aber um Maple zu üben kann man sich auch mal ungeschickt anstellen: Differentialgleichungen (na ja) für  $x$  und  $y$  aufstellen und `dsolve` und `plot` üben.
2. Jetzt ist eine Gleichung (genauer: ein Differentialgleichungssystem) für die Bahn der Ente, also für  $X$  und  $Y$  gesucht.
3. Maple kann dieses System nicht mehr in geschlossener Form lösen. Daher muss die numerische Variante von `dsolve` verwendet werden, also mit `type=numeric`, und die Funktion `odeplot` um die Näherungslösung für  $0 \leq t \leq 100$  anzuzeigen.
4. Validieren Sie das Ergebnis mit Ihrer eigenen Ente.

Literatur: W. Gander, J. Hřebíček, *Solving problems in scientific computing using Maple and MATLAB*, Springer 1997.

Die WWW-Seite der Vorlesung finden Sie unter

[http://www5.in.tum.de/lehre/vorlesungen/mod\\_sim/SS08/](http://www5.in.tum.de/lehre/vorlesungen/mod_sim/SS08/)

