

Modellbildung und Simulation — Übungsblatt 10: Fuzzy-Regelung

Zur Übung am 08.07.2008

In der letzten Übung haben wir das Modell für das *inverse Pendel* im vereinfachten, linearisierten Fall aufgestellt. Die Koeffizienten des linearen PD-Regler, den wir betrachtet haben, konnten wir allerdings nicht selbst bestimmen. Auf diesem Blatt wollen wir jetzt einen Regler entwerfen, und zwar einen Fuzzy-Regler. Da Maple so schön symbolisch rechnen kann, werden wir Maple verwenden.

Wir benötigen ein System, das wir regeln können, und verwenden hierzu das Modell unseres Pendels vom letzten Blatt, d.h. wir gehen bereits von kleinen Winkeln ϕ aus. Zur Erinnerung:

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3mg}{m+4M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{3g(m+M)}{L(m+4M)} & 0 \end{pmatrix} x(t) - \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{4}{m+4M} \\ 0 \\ \frac{3}{L(m+4M)} \end{pmatrix} u(t).$$

Die Eckdaten sind wieder $M = 0,981$ kg, $m = 0,08$ kg, $L = 0,312$ m.

Für unseren Fuzzy-Regler werden wir nur den Winkel ϕ optimieren, d.h. unser Soll-Wert ist $\phi = 0$. Die Position des Wagens werden wir nicht berücksichtigen.

Zuerst wollen wir die gemessenen Größen, $\phi(t)$ und $\dot{\phi}(t)$, sowie die Stellgröße $u(t)$ fuzzifizieren. Unsere Zugehörigkeitsfunktionen können wir stückweise linear wählen.

- Überlegen Sie sich, für welche Werte von $\phi(t)$ unsere Linearisierung noch gelten könnte. Dies schränkt den Wertebereich der zugrunde liegenden scharfen Menge ein. Definieren Sie mindestens fünf linguistische Terme sowie passende Zugehörigkeitsfunktionen für die linguistische Variable Winkel. Verfahren Sie entsprechend für die Winkelgeschwindigkeit $\dot{\phi}(t)$ und die Kraft auf den Wagen $u(t)$ (z.B. zwischen -15 N und 15 N).

Die Zugehörigkeitsfunktionen lassen sich in Maple einfach als stückweise lineare Funktion realisieren, und zwar mit Hilfe von `piecewise`.

Überlegen Sie sich Regeln für Ihren Fuzzy-Regler.

- Erstellen Sie eine Regelbasis mit Regeln der Form

$$\text{IF } \phi = \tilde{A} \text{ AND } \dot{\phi} = \tilde{B} \text{ THEN } u = \tilde{C}.$$

Hinweis: Sie werden nicht für alle möglichen Fälle Regeln definieren müssen.

Nun kommen wir zur Umsetzung der Regeln:

- Wählen Sie geeignete Inferenzoperatoren. Mit welchen mathematischen Operationen lassen sich diese für die im ersten Schritt erstellen linguistischen Terme realisieren?

Nach Anwendung aller Regeln muss die entstandene Fuzzy-Menge wieder in einen scharfen Wert für die Stellgröße übersetzt werden. Als letzter Schritt fehlt noch die Defuzzifizierung.

- Erstellen Sie eine Maple-Prozedur `defuzzify`, die die Defuzzifizierung übernimmt. Hilfe zur numerischen Integration in Maple gibt es mit `?int[numerical]`.

Regeln Sie nun mit dem erstellten Fuzzy-Regler unser (idealisiertes) Modell des Pendels.