Lehrstuhl für Informatik mit
Schwerpunkt Wissenschaftliches Rechnen
Prof. H.-J. Bungartz, D. Pflüger

SS 2008

Modellbildung und Simulation
Übungsblatt 4: Wartenetze

Zur Übung am 28.05.2008

1 Wartenetz

Zur Analyse des Lastverhaltens soll ein Rechner als Wartenetz modelliert werden. Er bestehe aus einem Zentralprozessor Z und vier Peripheriegeräten (Platten, etc.) $P_1, \ldots, P_4$. Für einen typischen Auftrag werden folgende Besuchszahlen und erwartete Bedienzeiten der einzelnen Komponenten ermittelt:

	Z	P_1	P_2	P_3	P_4
v_i	100	10	30	50	10
$E(B_i)$	20ms	10ms	10ms	20ms	100ms

Berechnen Sie

- den Grenzdurchsatz c_i der Komponenten für diese Bedienzeiten,
- die Bedienzeit eines Auftrags $E(B_s)$,
- die Auslastung $E(R_i)$ der Komponenten in Abhängigkeit vom Gesamtdurchsatz $E(D_S)$,
- den Verkehrsengpass, also die Komponente mit maximalem $E(R_i)$,
- den Gesamtdurchsatz $E(D_S)^*$, bei dem der Verkehrsengpass voll ausgelastet ist
- und die zugehörige Sättigungsfüllung f_S^*.

Erstellen Sie mit diesen Werten das Diagramm der asymptotischen Analyse des Lastverhaltens (Durchsatz $E(D_S)$ und Verweilzeit $E(Y_S)$ in Abhängigkeit von der Füllung f_S).

2 Analyse von Wartenetzen

Bei der Modellierung des Straßenverkehrs in einer Stadt ermittelt man folgende Werte:

- Der Erwartungswert der Fahrzeit bei ansonsten leeren Straßen beträgt 0,3h,
- den als Verkehrsengpass identifizieren Punkt benutzt im Mittel jeder 1000. Fahrer,
- der Grenzdurchsatz in diesem Punkt beträgt 1000 Autos pro Stunde.

Bei welchem Gesamtdurchsatz ist der Engpass voll ausgelastet? Wie groß ist die sich daraus ergebende Sättigungsfüllung des Systems?

b.w.

3 Zufallsvariablen, stochastische Prozesse

Admiral Byrds batteriebetriebene Unterhosen vom letzten Blatt konnten als Poisson-Prozess formuliert werden mit Parameter $\vartheta = \lambda s$. Hierzu soll eine geeignete, Poisson-verteilte Zufallsvariable Y erstellt werden:
Eine mit Parameter ϑ Poisson-verteilte Zufallsvariable Y liefert diskrete Werte 0,1,2,... mit Wahrscheinlichkeit

$$p(Y = i) = \frac{e^{-\vartheta}\vartheta^i}{i!}.$$

Schreiben Sie eine (C-, Pascal-, FORTRAN-, Maple-, o.ä) Funktion `Poisson(theta)` mit ganzzahligem Ergebnis, die mit Parameter `theta` Poisson-verteilt sein soll. Dabei dürfen Funktionen wie

- `exp(x)` zur Berechnung von e^x,
- `fact(n)` zur Berechnung von $n!$ und
- `rand()` zur Erzeugung einer $(0, 1)$-gleichverteilten Gleitpunktzahl

verwendet werden.
Verwenden Sie diese Prozedur, um Admiral Byrd ein weiteres Mal simuliert in die Arktis zu schicken. Erinnerung: Die Batterien hatten eine negativ exponentiell-verteilte Lebensdauer von durchschnittlich 12 Tagen; Admiral Byrd war 36 Tage unterwegs.