Modellbildung und Simulation SS 2010 Blatt 1, Aufgabe 1

```
> restart;
> with(plots):
Warning, the name changecoords has been redefined
```

Um nachher nicht so viel schreiben zu müssen, merken wir uns die meisten der Parameter für das Zeichnen:

```
> poptions :=
  x1=0..60,x2=0..60,view=0..1500,

  axes=BOXED,grid=[30,30],style=wireframe,

  orientation=[-145,45],thickness=1:
>
```

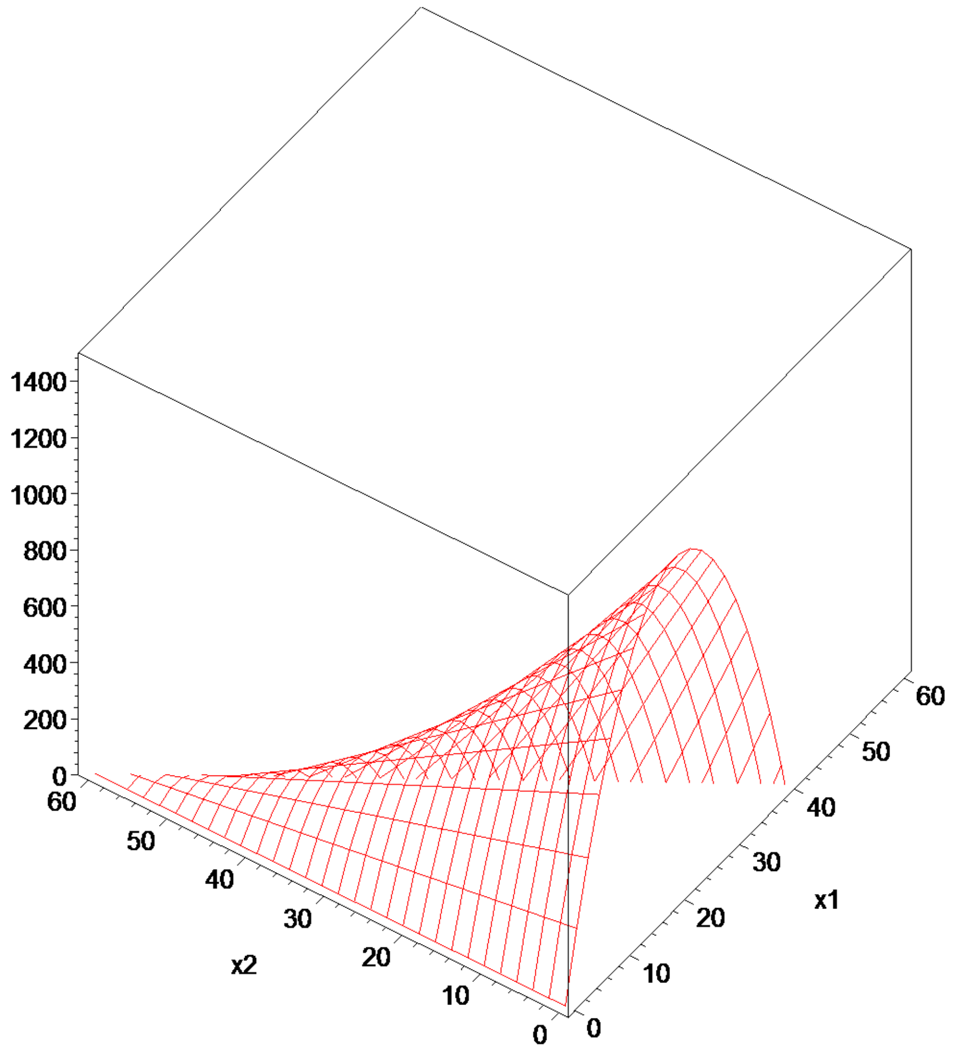
Gewinnfunktionen

Gewinn des ersten Bauern:

```
> Gewinn1 := (x1,x2) ->
  (120-2*(x1+x2))*x1-x1^2;
> pGewinn1 :=
  plot3d(Gewinn1(x1,x2),poptions,color=RE
  D):
```

$$Gewinn1 := (x1, x2) \rightarrow (120 - 2\,x1 - 2\,x2)\,x1 - x1^2$$

```
> display(pGewinn1);
```

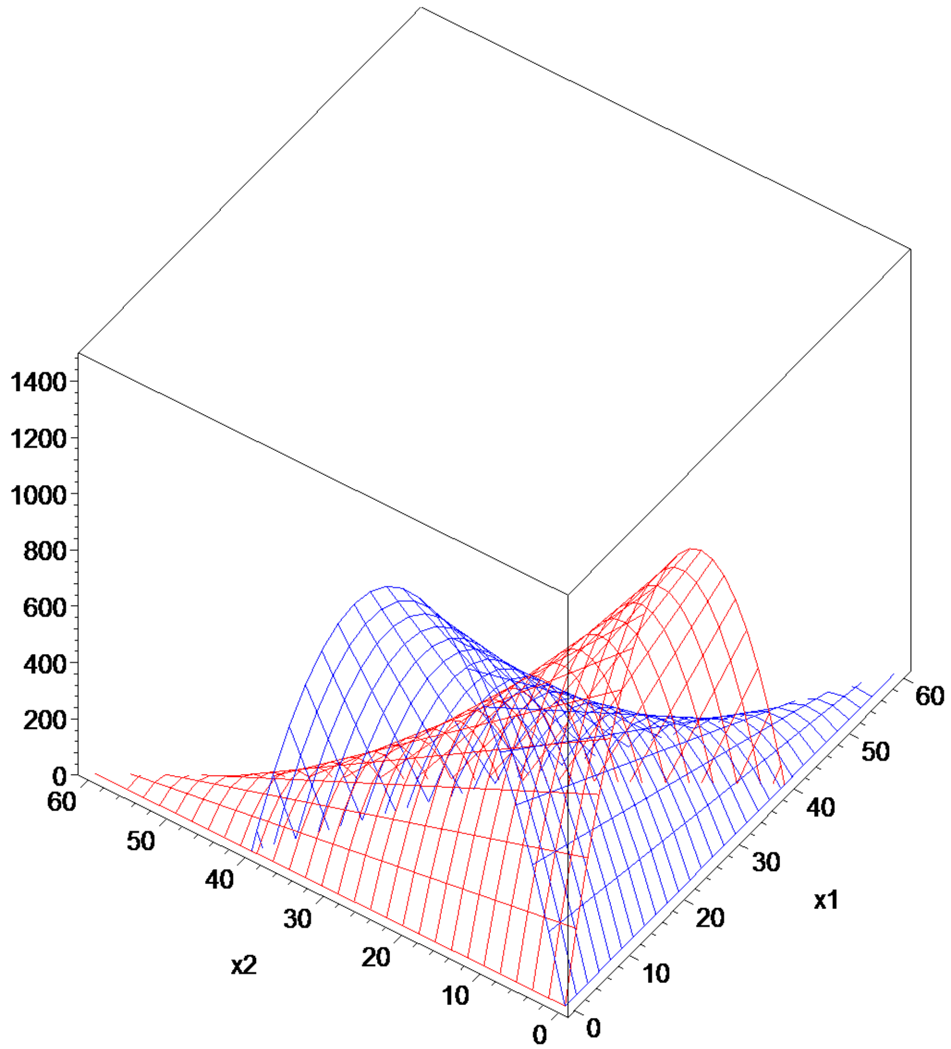


Dto. für den zweiten Bauern:

```
> Gewinn2 := (x1,x2) ->
  (120-2*(x1+x2))*x2-x2^2;
> pGewinn2 :=
  plot3d(Gewinn2(x1,x2),poptions,color=BL
  UE):
```

$$Gewinn2 := (x1, x2) \rightarrow (120 - 2\,x1 - 2\,x2)\,x2 - x2^2$$

```
> display({pGewinn1,pGewinn2});
```



>

>

Antwortfunktionen (Reaktionsabbildungen) r1 und r2

Optimale Erntemenge für Bauer 1 bei gegebenem x2:

```
> r1 := solve(diff(Gewinn1(x1,x2),x1)=0,x1);
```

$$r1 := 20 - \frac{x2}{3}$$

Dasselbe als Funktion von x2:

```
> r1fkt := unapply(r1,x2);
```

$$r1fkt := x2 \rightarrow 20 - \frac{1}{3}\,x2$$

Diese Kurven beschreiben die jeweiligen Gewinne längs der Bahn (x1,x2)=(r1fkt(t),t)):

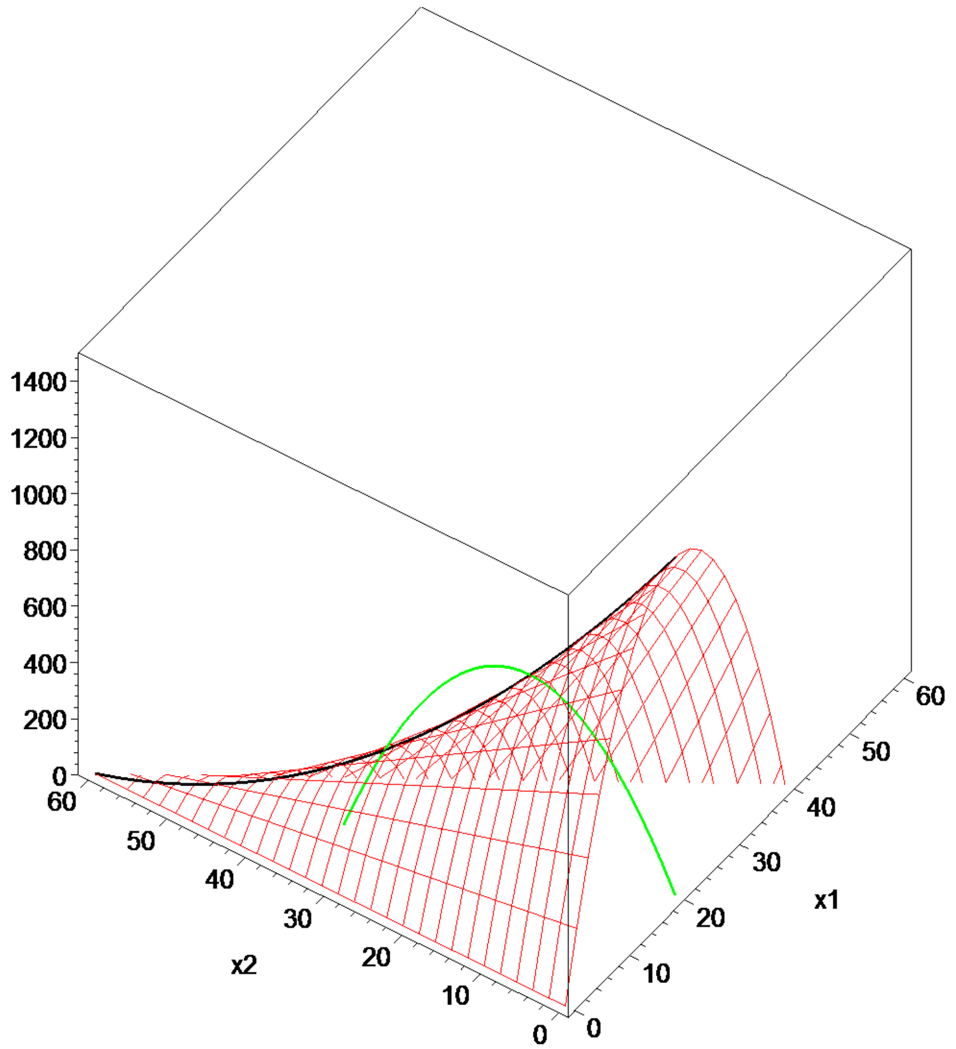
```
> pGewinn2_r1 := spacecurve(

  [r1fkt(t),t,Gewinn2(r1fkt(t),t)],

  t=0..60,color=GREEN,thickness=3):
> pGewinn1_r1 := spacecurve(

  [r1fkt(t),t,Gewinn1(r1fkt(t),t)],

  t=0..60,color=BLACK,thickness=3):
> display([pGewinn1,pGewinn1_r1,pGewinn2_
  r1]);
```



Und umgekehrt:

```
> r2 :=
  solve(diff(Gewinn2(x1,x2),x2)=0,x2);
```

$$r2 := 20 - \frac{x1}{3}$$

```
> r2fkt := unapply(r2,x1);
```

$$r2fkt := x1 \rightarrow 20 - \frac{1}{3}\,x1$$

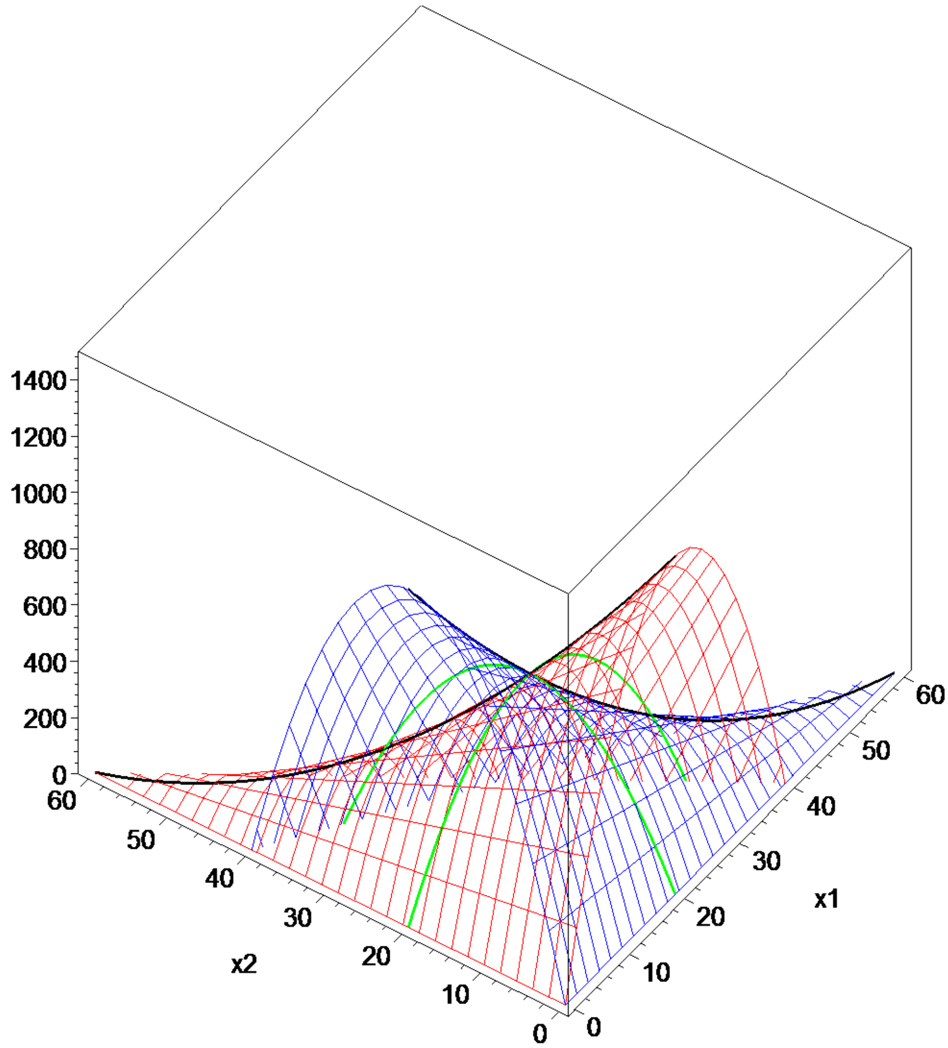
```
> pGewinn1_r2 := spacecurve(

  [t,r2fkt(t),Gewinn1(t,r2fkt(t))],
```

```
  t=0..60,color=GREEN,thickness=3):
> pGewinn2_r2 := spacecurve(

  [t,r2fkt(t),Gewinn2(t,r2fkt(t))],

  t=0..60,color=BLACK,thickness=3):
> display([pGewinn1,pGewinn2,
           pGewinn1_r1,pGewinn1_r2,
           pGewinn2_r1,pGewinn2_r2]);
```




```
>
```

>

Gleichgewichtspunkt

Rechnen wir uns noch den Gleichgewichtspunkt aus (ein Wert reicht wegen Symmetrie):

```
> x_gleichgewicht := solve(r1fkt(r2fkt(t))=t,t);
```

$$x\_gleichgewicht := 15$$

```
> Gewinn1(x_gleichgewicht,x_gleichgewicht);
```

$$675$$

>

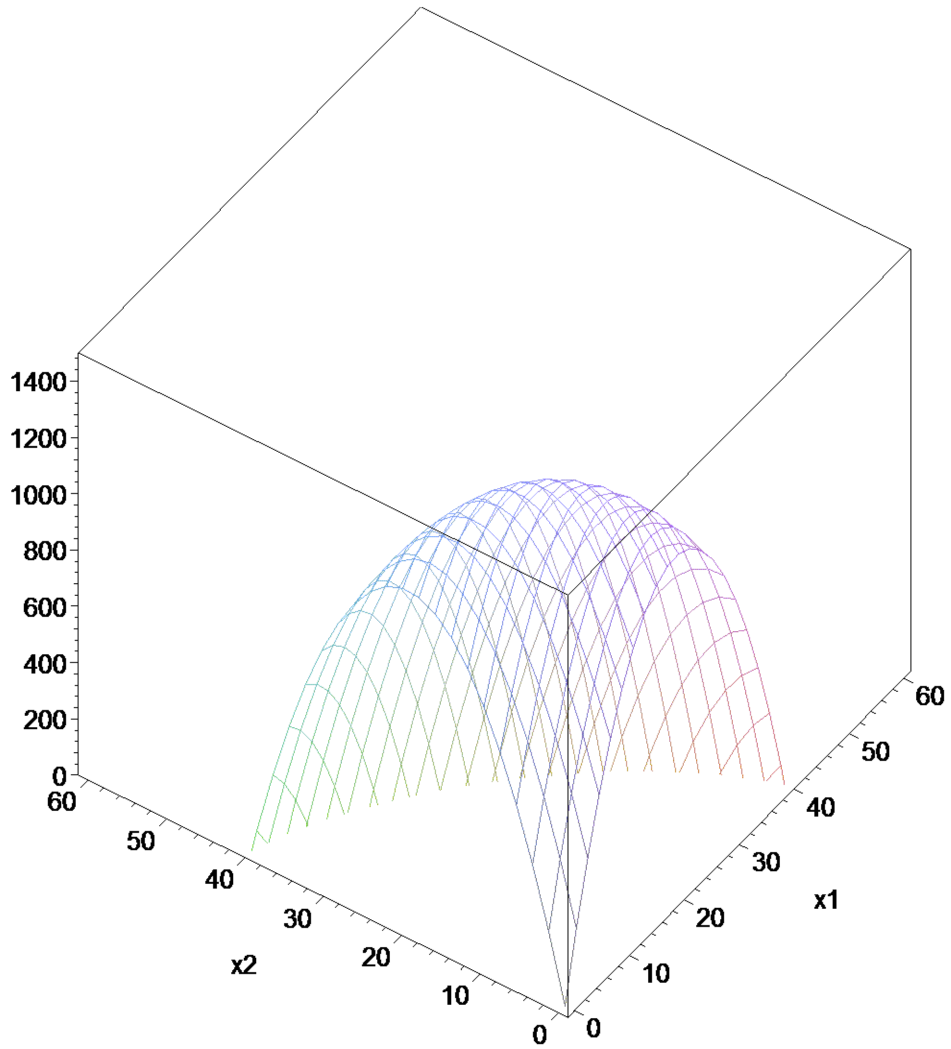
>

Ein Erdbeerkartell

Und was wäre der optimale Betrag, den beide bei perfekter Kooperation herausholen könnten (vorausgesetzt, das Kartellamt schreitet nicht ein)?

```
> Gesamtgewinn := Gewinn1(x1,x2)+Gewinn2(x1,x2);
> plot3d(Gesamtgewinn,poptions);
```

$$Gesamtgewinn := (120 - 2\,x1 - 2\,x2)\,x1 - x1^2 + (120 - 2\,x1 - 2\,x2)\,x2 - x2^2$$




```
> solve({diff(Gesamtgewinn,x1)=0,diff(Gesamtgewinn,x2)=0},{x1,x2});
> Gewinn1(12,12);
```

$$\{x1 = 12, x2 = 12\}$$

$$720$$

```
>
>
>
```