Lehrstuhl für Informatik mit Schwerpunkt Wissenschaftliches Rechnen
Prof. H.-J. Bungartz, St. Zimmer, M. Buchholz SS 2010

Modellbildung und Simulation
Übungsblatt 6: Fuzzy-Regelung

Zur Übung am 8.6.2010

In der letzten Übung haben wir das Modell für das *inverse Pendel* im vereinfachten, linearisierten Fall aufgestellt. Die Koeffizienten des linearen PD-Regler, den wir betrachtet haben, konnten wir allerdings nicht selbst bestimmen. Auf diesem Blatt wollen wir jetzt einen Regler entwerfen, und zwar einen Fuzzy-Regler – Maple wird dabei hilfreich sein, um mit Zugehörigkeitsfunktionen zu arbeiten und natürlich, um Bilder zu malen.

Wir benötigen ein System, das wir regeln können, und verwenden hierzu das Modell unseres Pendels vom letzten Blatt, d.h. wir gehen bereits von kleinen Winkeln ϕ aus. Zur Erinnerung:

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{3mg}{m+4M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{3g(m+M)}{L(m+4M)} & 0 \end{pmatrix} x(t) - \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{4}{m+4M} \\ 0 \\ \frac{3}{L(m+4M)} \end{pmatrix} u(t).$$

Die Eckdaten sind wieder $M = 0{,}981\,\mathrm{kg}$, $m = 0{,}08\,\mathrm{kg}$, $L = 0{,}312\,\mathrm{m}$.

Für unseren Fuzzy-Regler werden wir nur den Winkel ϕ optimieren, d.h. unser Soll-Wert ist $\phi = 0$. Die Position des Wagens werden wir nicht berücksichtigen.

Zuerst wollen wir die gemessenen Größen, $\phi(t)$ und $\dot{\phi}(t)$, sowie die Stellgröße $u(t)$ fuzzifizieren. Unsere Zugehörigkeitsfunktionen können wir stückweise linear wählen.

- Auch wenn die Fuzzy-Regelung die Differentialgleichungen eigentlich vermeiden soll: Für den Test unsers Reglers brauchen wir einen Pendel-Simulator – und dazu das DGL-System von oben. Schreiben Sie als erstes eine Funktion, die zu gegebenen Zustandsvariablen einen Euler-Schritt auf obiges System anwendet.

- Konstruieren Sie nun stückweise lineare Zugehörigkeitsfunktionen für Winkel ϕ (Bereich $-10° \ldots 10°$), Winkelgeschwindigkeit $\dot{\phi}$ (Bereich $-40°/\mathrm{s} \ldots 40°/\mathrm{s}$) und Stellkraft u (Bereich $-15\mathrm{N} \ldots 15\mathrm{N}$), indem Sie jeweils fünf linguistische Terme (NL = "negative large", N = "negative", Z = "zero", P = "positive", PL = "positive large") gleichmäßig auf die angegebenen Intervalle verteilen.

  Die Zugehörigkeitsfunktionen lassen sich in Maple einfach als stückweise lineare Funktion realisieren, und zwar mit Hilfe von `piecewise`.

- Erstellen Sie eine Regelbasis mit Regeln der Form

  $$\texttt{IF}\ \phi = \tilde{A}\ \texttt{AND}\ \dot{\phi} = \tilde{B}\ \texttt{THEN}\ u = \tilde{C}.$$

- Wählen Sie geeignete Inferenzoperatoren. Dazu muss für jede Regel $\phi = \tilde{A}$ `AND` $\dot{\phi} = \tilde{B}$ in Abhängigkeit von den scharfen Werten für ϕ und $\dot{\phi}$ ausgewertet werden, das zugehörige $u = \tilde{C}$ muss passend gekappt werden. Dann hat man für jede Regel eine Zugehörigkeitsfunktion in u und muss noch das Maximum über alle diese Funktionen bilden.

- Nun brauchen wir noch eine Maple-Prozedur `defuzzify` für die Defuzzifizierung. Maple integriert prinzipiell gerne, aber für eine effiziente Realisierung müssen Sie vermutlich etwas helfen und Wissen über den Integranden einbringen.

- Regeln Sie nun mit dem erstellten Fuzzy-Regler unser (idealisiertes) Modell des Pendels.